Miscell. E. 281

a Rodolfo Renier
devoto omaggio del discepolo
A. Pastore

SULL'ORIGINE DELLE IDEE

IN ORDINE

AL PROBLEMA DELL'UNIVERSALE

NOTA

DI

ANNIBALE PASTORE

Dono R. Renier

MINISTERO DELLA PUBBLICA ISTRUZIONE
FACOLTÀ DI FILOS. E LETTERE

ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI
PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI
—
1909

Rendiconti della R. Accademia dei Lincei
Classe di scienze morali, storiche e filologiche
Estratto dai Rendiconti, vol. XVIII, ser. 5ª, fasc. 6°. Seduta del 20 giugno 1909.

1. I filosofi più eminenti di tutti i tempi si misero con grande ardore a cercare la soluzione del problema dell'origine delle idee. E se ne capisce il motivo. La soluzione di questo problema è fondamentale alla filosofia teoretica, perchè investe tutto il problema della conoscenza e determina la soluzione del problema della certezza.

Quali furono i risultati della ricerca?

Non avendo l'intenzione di fare l'esposizione storica delle dottrine filosofiche che si costruirono sopra questo problema, per gli scopi della presente discussione basterà ricordare che, siccome si distinsero idee di più sorta, e parecchie inoltre furono le ipotesi sull'origine delle varie classi, e massimamente delle idee universali, così si moltiplicarono le sorgenti e si intrecciarono a tal segno che su molti punti regna ancora adesso la più grande oscurità. In questa Nota mi occuperò soltanto dell'origine di una specie di idee universali, rispetto alla mente umana, e precisamente di quelle alle quali si dice che dia luogo il processo della così detta induzione matematica. Le considerazioni seguenti chiariranno meglio il carattere e la portata della presente ricerca.

Se la così detta induzione matematica è un principio o un metodo di prova, che cosa prova?

Prova senza dubbio la verità di un teorema cioè d'una proprietà che si risolve in un'idea universale o più semplicemente in un universale.

Nasce la domanda: — qual'è dunque l'origine di questa idea? — Data, per ipotesi, la natura logica induttiva del principio o del metodo impiegato, bisogna rispondere: — l'origine di questa idea è induttiva, vale a dire, la nozione provata è un universale formato per induzione logica. Risulta questa conseguenza: dunque nelle matematiche ci sono universali di origine induttiva.

Ecco appunto la tesi dell'origine induttiva di questa specie di universali, di cui mi propongo di dimostrare l'assurdità. A tale scopo si esaminerà se il principio della così detta induzione matematica sia logicamente implicito nei fondamenti e nelle forme metodiche delle matematiche. Questo esame ci porterà invece all'affermazione inaspettata della natura deduttiva della così detta induzione matematica. Ed a sua volta questa conclusione getterà nuova luce sulla soluzione del problema dell'origine delle idee in discorso.

Seguiranno alcune conclusioni di qualche importanza sul metodo delle matematiche, sui sistemi relativi all'origine delle idee, sulla natura e sul valore teoretico dell'universale, sul concetto dell'infinito e del finito così nell'uomo come nelle cose e finalmente sulla logica dello spirito e della natura.

2. Nel sistema $\alpha)\ldots\delta)$ dei postulati aritmetici proposto dal Padoa [1] il così detto principio d'induzione completa è espresso nel modo seguente:

« $\delta)$ se una classe (di numeri) contiene un numero non susseguente di alcun numero, e se il susseguente di ciascun

[1] A. Padoa, *Théorie des nombres entiers absolus*, in *Revue de Mathématiques*, VIII, 1902, p. 48. Ecco l'enunciato del principio di induzione matematica secondo il Poincaré: « Si une propriété est vraie du nombre 1, et si l'on établit qu'elle est vraie de $n+1$ pourvu qu'elle le soit de n, elle sera vraie de tous les nombres entiers ». Cfr. *Les mathématiques et la logique*, in *Revue de métaphysique et de morale*. Nov. 1905, p. 818. Cfr., anche dello stesso A.: *La valeur de la science*. Paris, Flammarion, p. 21.

Secondo il Peano (*Aritmetica generale*, Torino, Paravia, 1902, p. 8) il « principio d'induzione » viene espresso dalla Pp. seguente:

·3 $s\varepsilon\mathrm{Cls}.0\varepsilon s:x\varepsilon\mathrm{N}_0\cap s.\supset_x.x+\varepsilon s:\supset.\mathrm{N}_0\supset s$ Induct

numero della classe appartiene alla classe, allora *ogni* numero appartiene alla classe ».

Siccome questo principio viene a dire in sostanza che:

« Se una proposizione è vera per lo zero, e, se coll'ammettere che essa abbia luogo per un numero n, si può dimostrare, qualunque sia n, che deve sussistere ancora pel susseguente di n; allora essa è vera per *tutti* i numeri » (1); così molto giustamente il Pieri propone di sostituirlo con quest'altro giudizio esistenziale più facile e piano che può aversi come un surrogato del principio d'induzione:

« IV) In qualsivoglia classe non illusoria di numeri esiste almeno un numero che non è susseguente di alcun numero della classe » (2).

3. Sebbene, come fu già detto, questo postulato venga indicato comunemente col nome di principio d'induzione completa, tuttavia si vedrà che non è fuor di proposito riaprire la questione colla domanda seguente: la posizione di questo postulato implica veramente e necessariamente la posizione d'un principio d'induzione?

Due gruppi d'argomenti filosofici rispondono affermativamente a questa domanda, benchè differiscano alquanto nell'interpretazione della natura e delle conseguenze epistemologiche dello stesso principio.

Il primo è rappresentato dal Poincaré (3), il secondo dal Varisco (4).

---

(1) M. Pieri, *Sopra gli assiomi aritmetici*. Dal *Bollettino dell'Ac. Gioenia di scienze naturali* in Catania. Fasc. II. Sez. II. Gennaio, 1908, pp. 1-2.

(2) Id., loc. cit., p. 2.

(3) Cfr. *Revue de métaphysique et de morale*. Nov. 1905, janvier, mai 1906. Questa serie di brillanti articoli sopra *Les mathématiques et la logique* diede origine alla famosa polemica del Couturat, e provocò importanti risposte dei maggiori rappresentanti degli studj di logica matematica dell'Italia (scuola del Peano) e dell'Inghilterra (scuola del Russell).

(4) B. Varisco, *L'induzione matematica* in *La Cultura filosofica*. Dir. De Sarlo, anno II, n. 7, 15 luglio 1908, pp. 289-302.

4. Ecco quali sono gli argomenti del Poincaré, vôlto a combattere la teoria del purismo che è sostenuta energicamente dai fautori della logica matematica.

Il principio d'induzione completa, che è usato nelle matematiche ad ogni tratto e in più modi essenziali, non è una semplice convenzione, come si afferma dai logici matematici, i quali vogliono vedervi una pura definizione, per postulati, del numero intero (l. c., novemb. 1905, p. 818); esso invece è un'intuizione vera e propria cioè un giudizio sintetico a priori, ribelle alle prese di qualsiasi dimostrazione. Non è una definizione perchè tutte le definizioni date del concetto di numero includono una petizione di principio, introducendo nel secondo membro alcuni termini che o sono già nel soggetto, o sono noti solo per intuizione.

Tali sono le definizioni del Whitehead-Russell, del Burali-Forti-Pieri e dello Zermelo; definizioni viziose perchè non predicative. E così l'intuizione del principio induttivo s'introduce surretiziamente nei postulati fondamentali dell'aritmetica. Inoltre essa s'introduce anche nelle dimostrazioni, cioè dopo la posizione dei postulati, ad es., nella teoria dei numeri cardinali infiniti col teorema di Bernstein che è a questa fondamentale, e frattanto non può costituirsi senza il principio di induzione (l. c., janvier, 1906, pp. 27-30), e, in genere in tutta la geometria, perchè: « quel est en somme le théorème fondamental de la géométrie? C'est que les axiomes de la géométrie n'impliquent pas contradiction et, cela, on ne peut pas le démontrer sans le principe d'induction » (l. c., janvier, 1906, p. 30). Finalmente questo principio rivela la sua natura intuitiva, superiore ad ogni dimostrazione logica, perchè « facendo applicazione diretta o indiretta del principio di induzione si ha l'intuizione diretta o indiretta d'una successione di ragionamenti, pei quali è sempre valida una proposizione data $T(x)$ ». Ora per provare che una data dimostrazione è valida non basta mostrare « qu'après 4 ou 5 syllogismes, les axiomes ne conduisent pas à une contradiction... Il fallait montrer qu'on n'en rencontrerait pas davantage, quelque loin que l'on poursuive la chaîne des raisonnements; c'est à ce prix seulement qu'il était permis d'affirmer que les axiomes ne sont pas contradictoires » (l. c., janvier, 1906, p. 26).

In altri termini, la dimostrazione diretta per esempj non si può fare. Bisognerebbe prendere tutte le conseguenze degli assiomi e vedere se non implichino contradizioni. Ma questa verificazione diretta è impossibile perchè la serie è infinita, e non basta paragonare solo alcune conseguenze del principio; bisogna paragonarle tutte. Dunque la presenza del principio induttivo di matematica non può giustificarsi se non per via intuitiva. E, in pari tempo, è una fortuna che sia così, perchè la logica analitica, di proposizione in proposizione andando sempre dall'identico all'identico non si riduce che ad un'immensa tautologia. E la matematica resterebbe sterile, se non fosse fecondata dal principio dell'intuizione (l. c., mai, 1906, p. 317).

5. Ecco ora quali sono gli argomenti del Varisco il quale, nell'articolo citato al § 3, discutendo col Poincaré, dopo aver riassunto con grande energia le ragioni favorevoli alla tesi della presenza dell'induzione in matematica, analogamente conclude: « Il procedimento induttivo è, in matematica, essenziale, assolutamente imprescindibile. Senza di esso non si può stabilire alcuna delle prime regole di calcolo; anzi a rigore nemmeno il concetto di alcuna operazione aritmetica » (p. 291). Il nerbo della sua dimostrazione si può riassumere così: l'aritmetica presuppone i tre postulati seguenti (1):

a) ci sono dei numeri;

b) l'unità - 1 - è un numero;

c) ogni numero ha un successivo ed uno solo.

Ma queste nozioni e specialmente il postulato *c*) implicano il principio d'induzione; dunque l'aritmetica non può nè deve prescindere dal concetto di induzione, se non vuole urtare contro il principio di contradizione. Invero, assumere le dette cognizioni (includenti inducibilità) e negare insieme l'inducibilità è un contradirsi. In altri termini, come si prova che i tre postulati suddetti implicano l'induzione? Osservando che i concetti di numero, successione, sommabilità, ricorrenza e induzione, si

(1) L'A. dichiara di valersi di uno scritto del Pieri nell'espressione di questi postulati.

implicano reciprocamente. « In fondo, ciò, da cui è giustificata l'induzione matematica è l'esistenza della serie numerica » (l. c., p. 302).

6. Prima di esporre le ragioni che confutano la tesi dell'induzione matematica noi possiamo assicurare che la presente discussione sfuggirà a tutti gli sforzi di coloro che cercano di stabilire anzitutto se l'induzione matematica si ponga per intuizione o per definizione. Accordiamo infatti che questo principio si ponga in un modo o nell'altro, ne risulterà di primo tratto l'impossibilità di liberare la matematica che è tutta deduttiva dalla presenza contraddittoria dell'induzione. L'errore diventa inevitabile.

Alcuni logici matematici cadono completamente in questo tranello. A forza di cercare il luogo matematico più adatto per collocarvi l'induzione, si persuasero d'aver trovata l'induzione medesima.

7. A parte quindi il quesito dell'intuizione o della definizione, se tutto il fondo del ragionamento del Poincaré si riduce a questo punto: « che la verificazione diretta, per l'esempio, della verità di $T(x)$ è impossibile perchè la serie è infinita » [il che poi si riduce a identificare il così detto principio d'induzione matematica col così detto principio d'induzione logica], è facile dimostrare che questa dimostrazione non prova nulla.

Infatti, nel porre le condizioni necessarie e sufficienti di quel principio che si chiama comunemente di induzione completa (cfr. § 2) non poniamo soltanto alcuni particolari di un universale, ma poniamo tutto l'universale, cioè tutta la serie, perchè ne poniamo la legge.

Anche dato, ma non concesso (cf. § 9), che coteste condizioni necessarie e sufficienti alla verità di $T(x)$ non si riducano alle condizioni richieste dalla definizione del concetto di numero, non si può negare che con esse si pone almeno una definizione, una legge, un universale.

Ciò posto, per verificare se un ente determinato soddisfi o non soddisfi a questa definizione non si richiede di percorrere

tutta la serie infinita delle particolari applicazioni di questo universale, non si tratta di impiegare un tempo più o meno lungo per ottenere la certezza; basta fare il viaggio deduttivo che si compie nella formulazione di un sillogismo. La legge posta fa da premessa maggiore, il particolare posto da premessa minore; la conclusione versa sulla convenienza del termine minore col maggiore.

Se i particolari compresi nell'universale sono infiniti, perchè negheremo che l'universale possa costituirsi logicamente? L'universale è costituito dalle sue condizioni necessarie e sufficienti; queste condizioni sono sempre determinate. Distinguiamo accuratamente le condizioni necessarie e sufficienti dell'universale, dai particolari (termini, individui) che stanno sotto l'universale medesimo. Non è l'enumerazione di questi particolari denotati dal soggetto, ma la simultaneità delle condizioni logiche connotate dal predicato che costituisce il fondamento della certezza del giudizio. Non è degli individui che si tratta ma delle note; *non de individuis loquimur sed de ideis.*

Questo, secondo me, è il punto di vista veramente decisivo che bisogna tener presente per intendere l'errore del Poincaré.

8. Il ragionamento del Varisco è non meno incalzante. Ammettete i tre postulati dell'aritmetica? (Cfr. § 5). Se no, cadete fuori dell'aritmetica data; se sì, siete costretti ad ammettere il principio dell'induzione matematica che anche qui si identifica col così detto principio d'induzione logica, perchè lo si fa giustificare coll'esistenza della serie numerica che è illimitata. Ecco due punti di partenza che sembrano opposti. Ma il dilemma è esatto? Si sa che l'induzione è un discorso che procede dal particolare all'universale, e si può anche concedere che essa sia duplice: quantitativa e qualitativa. Ma la prima è cosa insignificante perchè non le spetta altro valore che quello di essere o un processo *per enumerationem simplicem* o una pura sintesi di osservazioni staccate, o una semplice ricapitolazione di conoscenze (*διὰ πάντων*) o un'applicazione deduttiva di una legge nota ad un caso particolare. La seconda invece ha vero carattere inventivo, perchè da un certo numero di casi particolari osservati si

eleva senz'altro all'universale, la sua natura e il suo valore consistono nel salire dal fatto all'ipotesi della legge. Ora può darsi che l'esistenza della serie numerica giustifichi la presenza dell'induzione? Tale ipotesi non può essere logicamente sostenuta. Chi dice serie numerica dice successione illimitata di particolari; chi dice induzione (matematica o no) dice ragionamento dal particolare all'universale, sopra una successione illimitata di particolari. La successione è una cosa, il ragionamento è un'altra cosa, il ragionamento induttivo è ancora una cosa diversa. Possiamo adunque accettare i tre postulati dell'aritmetica, senza essere forzati ad ammettere l'induzione.

9. Eliminate queste objezioni, si deve considerare il problema da un altro punto di vista. Che cosa si fa propriamente quando si pongono i postulati dell'aritmetica e poi si applica il principio della così detta induzione matematica per stabilire la validità di un teorema $T(x)$?

Quanto al primo punto si può rispondere che, in genere, si pone la definizione di un concetto. Ma di qual concetto? Del concetto di numero. Nel § 4 non abbiamo dissimulata l'objezione del Poincaré: « ogni def. del concetto di numero è viziosa, perchè non predicativa ». Lasciando ora a chi vuole la cura di sciogliere il punto dell'intuizione, si può pretendere di evitare l'accusa, ponendo le tre nozioni seguenti: *classe, non susseguente* e *susseguente*, espresse dai postulati seguenti: c'è una classe, c'è un non susseguente (1), c'è un susseguente; poscia la definizione seguente in cui le nozioni si determinano reciprocamente:

numero = classe . non susseguente . susseguente.

---

(1) Gioverà forse ricordare che trattandosi della serie N_0 il non seq. è 0, di N_1 è 1, di N_2 è 2, ecc.

Le tre nozioni primitive: classe, non seq., e seq. sono compatibili, indipendenti, arbitrarie e in pari tempo necessarie e sufficienti alla costruzione dell'aritmetica. Esse vengono espresse coi postulati seguenti, secondo i simboli della logica matematica: $N_0 \varepsilon Cls$. $0 \varepsilon N_0$, $a \varepsilon N_0 . \supset . a + \varepsilon N_0$. Cfr. Peano, *Aritmetica generale*, Torino, 1902, p. 8. Secondo l'Enriques « la numerazione si può basare sopra i postulati seguenti: Sia data una serie di oggetti $a, b, c \ldots$ di cui si denotino i termini generali con A. Suppongasi,

« Per numero s'intende l'affermazione simultanea di « classe, non susseguente e susseguente » cioè il concetto di numero è definito dall'affermazione simultanea di « classe, non susseguente e susseguente » (1).

Infatti essendo chiaro che ognuna di queste tre nozioni del predicato non è che una nota del soggetto, non si può dire che questa definizione del concetto di numero includa petizione di principio.

Quanto al secondo punto, si può rispondere che l'enunciato della così detta induzione matematica a sua volta non fa che ripetere le condizioni necessarie e sufficienti del concetto di numero, cioè quei postulati che furono dianzi considerati come le condizioni definitrici dello stesso concetto. Infatti, paragonando la formola della così detta proprietà induttiva, dichiarata al § 2 nota 1ª, con quella della definizione del concetto di numero, dichiarata nel presente § 9 nota 2ª, è evidente che fra esse non passa alcuna differenza.

---

per tale serie, che: 1° ogni oggetto abbia un successivo determinato; 2° ogni oggetto, all'infuori di uno (il primo) che non succede ad altri abbia un determinato precedente; 3° valga la proprietà seguente (principio di induzione matematica): se una classe di oggetti è tale che insieme con A contenga il suo successivo, e se contiene a, essa conterrà tutti gli elementi della serie $a, b, c \ldots$ » (Cfr. *Problemi della scienza*, Bologna, Zanichelli, 1906.

(1) In conseguenza la def. del concetto di numero si può anche esprimere così, affermando simultaneamente i tre postulati suddetti e chiamando s la classe dei numeri di cui si tratta:

$$s \varepsilon Cls \,.\, 0 \varepsilon s : x \varepsilon N_0 \cap s \,.\, \supset_x \,.\, x + \varepsilon s : \supset \,.\, N_0 \supset s \,.$$

Se noi supponiamo che s sia una classe (di numeri), che 0 appartenga a questa classe, e ancora che, se x è un numero appartenente ad s, si deduca, qualunque sia x, che anche il suo successivo $x+$ appartenga a questa classe, allora ogni numero è un s. Questa proposizione si può leggere: Se s è una proprietà: se 0 ha questa proprietà; se ogni volta che un numero ha questa proprietà anche il suo successivo ha la stessa proprietà, allora ogni numero ha questa proprietà; cioè noi potremo dire che ogni numero appartiene alla classe s a condizione che s sia una proprietà, che 0 abbia questa proprietà, e che ogni volta che un numero ha questa proprietà anche il suo successivo abbia la stessa proprietà. È manifesto che, soddisfatte queste condizioni, il concetto di s è il concetto di numero, e, in pari tempo, che questa proposizione non differisce affatto da quella che si chiama comunemente « principio d'induzione ».

Dunque, in ultima analisi, si può conchiudere che ciò che è vero per i postulati del numero (concetto di numero), è appunto ciò che è vero per le condizioni della prova da n ad $n + 1$ (proprietà così detta induttiva); donde segue che l'applicazione del così detto principio di induzione matematica si riduce all'applicazione di un vero e proprio processo deduttivo (1).

Chiariamo meglio questa conclusione.

La definizione del concetto di numero viene a dire in sostanza che: « in qualsivoglia classe non illusoria di numeri, ciò che è vero per i postulati del numero, cioè pel concetto di numero, è vero per tutti i numeri »; e così è posta la premessa maggiore del sillogismo.

---

(1) La verità di questa conclusione fu già sentita anche dal Burali-Forti il quale, nella sua *Logica matematica*, Hoepli, Milano 1894, a proposito del numero degli individui d'una classe, scrive: « osserviamo che non bisogna confondere il principio di induzione matematica col *principio di induzione* dei logici. Questo è espresso dalla formola: $a \supset c . b \supset c : =$ $a \cup b \supset c$ (P. VII), ed è adoperato, sotto una forma un po' diversa, che potrebbe chiamarsi, di *induzione incompleta*, nelle scienze sperimentali. Verificato, p. es., che i corpi che sono sottoposti ad esperienza godono della proprietà di essere *porosi*, concludiamo, *per induzione* che *tutti i corpi sono porosi*, comprendendo nei *tutti* anche i corpi che non sono stati sottoposti ad esperienza. Il principio di induzione matematica ha quindi niente a che fare col principio di induzione dei logici (*composizione per somma*) e potrebbe, più propriamente, essere chiamato *principio di deduzione completa*, poichè con esso si ammette vera una proprietà che sembrerebbe tale solo dopo un numero infinito di deduzioni (pag. 103). Da questo passo si rileva dunque quanto sia improprio identificare, come fa il Poincaré, ad es., la così detta induzione matematica colla così detta induzione logica. Però mi reca veramente sorpresa il vedere che, non ostante il chiaro riconoscimento della natura deduttiva della così detta induzione matematica, si continui ad accettare nella terminologia della logica matematica lo sconcio di *una induzione che è una deduzione*, inoltre che si trovi più propria l'espressione *deduzione completa* come se si potesse parlare logicamente di deduzione incompleta; infine che si proponga analogamente come più propria l'espressione *induzione incompleta* per designare il principio di induzione dei logici, come se si potesse parlare ancora di *induzione logica completa*, mentre è chiaro che l'induzione non ha nè natura nè valore logico, essendo un processo psicologico, puramente euristico

Operando sopra T(x) si cerca « se T(x) è vero per tutti i postulati del numero, cioè per il concetto di numero » ; e così si pone la premessa minore. Fatti i calcoli si conclude: « dunque T(x) è vero, o non è vero, per tutti i numeri » ; e così si formola l'illazione, chiudendo il processo del sillogismo.

È chiaro che la premessa minore non fa che verificare le condizioni dell'identità del concetto di numero, affermando che ciò che è è, componendo tutte e sole le note essenziali del concetto, cioè istituendo un'eguaglianza tra due membri, dei quali il primo è un concetto dato e l'altro è posto nella forma d'un prodotto. Parimenti è chiaro che la verità universale di T(x) non dipende punto dal fatto che T(x) valga per *un* qualsivoglia valore particolare di x compresi quelli ai quali non abbiamo ancora esteso il calcolo effettivamente; ma dal fatto che T(x) vale per il *concetto* di numero che è la legge di tutti i numeri.

Come già fu osservato al § 7, si capisce che, trattandosi di una serie illimitata di numeri in cui « ogni numero ha un successivo » il processo del calcolo abbracciato effettivamente non si estende mai se non ad un tratto finito della serie numerica. Ma, lo ripeto, a stabilire la verità di T(x) non serve già la cognizione di ciò che vale per le infinite parti determinate della serie numerica che si possono per esempio calcolare, bensì serve il pensiero di ciò che vale per tutte e sole le condizioni essenziali che sono incluse comprensivamente nel concetto totale di numero. E questo significa che in tutte le successive operazioni mentali non si fa che constatare la verità di una legge essenziale al concetto di numero. Dunque il matematico non fa alcuna induzione usando la prova da n ad $n + 1$, ma fa una semplice applicazione di una legge nota ai varj casi particolari, perchè procede dal concetto. In una parola chi pensa il numero pensa tutti numeri perchè ne pensa il concetto, cioè la legge.

---

e poetico, buono alla posizione dell'ipotesi, e ad ogni modo, per quello che è, conservando il tipo del discorso saltuario dal particolare (serie incompleta) al generale (serie completa) come se esso potesse perdere il suo carattere essenziale di processo di incompleta validità.

È questo un gran vero che non basta intravedere ma bisogna porre nella sua debita luce e a cui deve essere informata la teoria così scientifica come filosofica dell'operazione logica di cui si tratta (1).

10. L'insussistenza dell'induzione matematica apparisce pur manifesta per lo stesso verso ove si ponga mente ai processi delle dimostrazioni *per uguaglianza nel conchiudere* che si impiegano in geometria. Si dirà: Quando si dimostrano i teoremi del triangolo, p. es. sopra un solo triangolo disegnato sulla lavagna, non si afferma forse che quei teoremi son veri per tutti i triangoli, provando e riprovando che con qualsiasi altro triangolo, gli stessi teoremi si possono dimostrare analogamente? Sia pure (2), ma perchè ciò? Perchè disegnando qualsivoglia altro triangolo, io non costituisco punto nuovi rapporti costanti fra gli elementi costanti del triangolo; non faccio altro che esemplificare, verificare, constatare, insomma restare sempre nelle stesse condizioni logiche che sono essenziali al concetto di triangolo (3).

---

(1) Per far rilevare meglio il valore sistematico di questa forma e la sua funzione, osserviamo che essa si riduce materialmente al giudizio « $\alpha < \beta$ », « se è vero α » (il sistema delle premesse) « è vero β » (la conclusione); ed equivale al giudizio categorico composto « $\alpha = 0$ » oppure « $\beta > 0$ » cioè « o non è vero α » (sono false una o più premesse) « oppure è vero β » (nel caso che nessuna delle premesse sia falsa, cioè che $\alpha > 0$). Sarà forse ancora utile il rilievo seguente. Anche quando si afferma che « l'induzione è adoperata in matematica per scoprire la legge di una serie, nella quale il valore dei termini dipende dal posto che essi occupano nella serie »; e che « essa è certa solo quando c'è perfetta analogia fra tutti i termini della serie », « in ogni altro caso l'induzione è fallace » (cfr. Masci, *Logica*, p. 483); è chiaro che la condizione della perfetta analogia non fa altro che invocare le condizioni essenziali comprese nei postulati del numero, da cui risulta per deduzione la validità del teorema T(x).

(2) Mettendoci poi dal punto di vista dello Staudt non resta neanche più opportuno tener conto di questa objezione. (Cfr. Staudt, *Geometria di posizione*. Trad. Pieri).

(3) Una soluzione analoga fu già indicata dal Locke, per ciò che riguarda la realtà delle nostre conoscenze matematiche: « Il matematico indaga la verità e le proprietà che appartengono ad un rettangolo o ad un circolo, considerandole soltanto quali sono in idea nel suo spirito; perchè

Dunque anche in questo caso il parlare di induzione per eguaglianza nel conchiudere o per qualsiasi altro motivo è un non senso. Inoltre non dobbiamo neppur credere di poter costruire geometricamente più triangoli diversi se possiamo disegnarne infiniti sopra la lavagna; perchè il triangolo è uno solo, sebbene le rappresentazioni particolari (cioè i triangoli) siano infinite.

Anche qui converrà ricordare che chi pensa il triangolo pensa tutti i triangoli, perchè ne pensa il concetto. Non è dunque a giusto titolo che si presenta generalmente questa prova come la controparte del sillogismo, affermando che essa consiste nel trarre da più casi particolari una conclusione generale. Il suo carattere essenziale, infatti, non consiste punto nell'elevare il nostro spirito dalla conoscenza dei fatti a quella delle leggi o dei principj che li contengono virtualmente, ma nel farlo discendere — al contrario — dai principj e dalle leggi alle diverse applicazioni particolari di cui essi sono suscettibili. In conclusione noi abbiamo il diritto di muovere ai sostenitori dell'induzione matematica questo argomento: Voi provate l'impiego dell'indu-

---

egli non ha forse mai trovato nella sua vita alcuna di queste figure matematicamente, vale a dire, precisamente ed esattamente vera. Il che però non toglie che la cognizione che egli ha di qualsivoglia verità o proprietà appartenente al circolo o a qualsivoglia altra figura matematica, non sia vera e certa, anche rispetto alle cose che esistono nella realtà, poichè le cose reali non hanno a che fare in questa specie di proposizioni, e non vi sono considerate fuorchè in quanto esse convengano in realtà con gli archetipi che sono nello spirito del matematico. È vero dell'idea di triangolo che i suoi tre angoli son eguali a due retti? Lo stesso sarà pur vero di un triangolo in qualunque luogo esso realmente esista. Ma che qualunque altra figura attualmente esistente non sia conforme esattamente all'idea del triangolo che egli ha nello spirito, ciò non ha assolutamente nulla a che fare con questa proposizione. Quindi il matematico vede senza dubbio che tutta la sua cognizione concernente questa specie di idee è reale; poichè non considerando le cose fuorchè in quanto convengono con queste idee che egli ha nello spirito, è certo che tutto quanto egli sa sopra queste figure, mentre non ha che una esistenza *ideale* nel suo spirito, sarà pur vero rispetto a queste stesse figure: se esse vengono a prendere esistenza reale nella materia; le sue riflessioni non versano che su queste figure, che sono le stesse, ovunque e di qualsiasi modo esse siano esistenti ». Locke, *Essay on Human Understanding.*

zione matematica con un ragionamento, da cui deriva la giustificazione del principio opposto, cioè della deduzione. Inoltre, sopprimete questa deduzione nella prova da n ad $n+1$, e voi fate scomparire ad un tratto tutta la certezza scientifica di tale prova.

11. Abbiamo esaminato gli argomenti dei fautori della così detta induzione matematica, argomenti che si possono esprimere così: « l'induzione è essenziale alla matematica perchè è implicita sia nei postulati dell'aritmetica sia nelle dimostrazioni riducibili ai casi della prova da n ad $n+1$ o delle eguaglianze nel conchiudere in geometria », ed abbiamo dimostrato che questi argomenti non hanno valore, vale a dire che l'induzione non è essenziale alle matematiche nè come assioma nè come metodo. La conclusione di questa analisi si può esprimere dicendo che le matematiche, le quali finora sono state più abili a tormentarsi che lo stesso scetticismo, sono completamente indipendenti dal processo induttivo.

12. Da ciò può facilmente dedursi, come corollario, che nessuna idea universale di cui si raggiunga la certezza matematica, trae la sua origine dalla induzione (1). Dunque non è vero che le frontiere della scienza si allarghino per generalizzazione come vuole il Poincaré (2); perchè se l'induzione, come procedimento ipotetico, ha un valore euristico incontrastato ed incontrastabile, come processo logico non ne ha alcuno. L'espressione *induzione*

(1) « Neque enim inductio singularium unquam necessitatem universalem infert ». Leibniz, *Tentamina Theodiceae*. Questa conclusione — per una nuova via — viene a confermare il principio generale della critica kantiana « che l'induzione non può fornire proposizioni apodittiche », quali sono appunto, secondo Kant, le proposizioni della matematica; mentre evita lo scoglio della intuizione. Essa contrasta, quindi, l'atteggiamento assunto dal Guastella il quale, combattendo la teorica del Kant afferma che « qui, come da per tutto, non è che l'induzione quella che può stabilire una verità generale » (Cfr. *Saggio sulla teoria della conoscenza. I. Sui limiti e l'oggetto della conoscenza a priori*, p. 332) « Kant come tutti gli avversarî dell'empirismo non comprende questa semplice verità, che ogni deduzione suppone un'induzione anteriore » (op. cit., p. 337, nota).

(2) Poincaré, *La valeur* etc., p. 30.

matematica è contraditoria quanto l'espressione *induzione deduttiva*. Entrambe non conducono che all'assurdo (1).

13. Un'altra conseguenza di qualche importanza per la filosofia del metodo delle matematiche è la seguente: In nessun caso, per nessuna ragione, l'induzione può considerarsi come il processo logico inverso della deduzione; posto che la logica si definisca la scienza delle relazioni necessarie, e che le relazioni induttive siano — come non v'ha dubbio — assolutamente sfornite del carattere di necessità. D'altronde non è il processo logico necessario che si presti, per sua duplice natura, ad essere ascensivo o discensivo secondo i casi. È lo spirito che ha la possibilità di percorrere la serie unica nei due versi, e sono questi versi che hanno semplice valore convenzionale e soggettivo come l'alto e il basso, il destro e il sinistro, l'avanti e l'indietro, rispetto alla persona che parla. Le relazioni necessarie che si deducono colle operazioni logiche dell'addizione e della sottrazione, della moltiplicazione e della divisione, dell'elevazione a potenza

(1) Basterà ora citare le dichiarazioni del Boutroux che ritiene valido nelle matematiche il ragionamento induttivo per ricorrenza e vede nell'intuizione uno dei caratteri più importanti che differenziano le matematiche dalla logica, per dimostrarne l'assurdità. « Qu'y a-t-il de noveau dans les mathématiques, comparées à la logique d'une manière générale? l'intuition. Qu'est donc ce qui caractérise l'intuition mathématique? La logique... suppose un tout donné, un concept dont elle se propose l'analyse... Les mathématiques, au contraire, font une oeuvre essentiellement synthétique... L'intuition mathématique est donc bien quelque chose de nouveau; mais n'est-elle que cela? En mathématiques il y a plus. Les définitions fondamentales ne sont pas de simples propositions... (p. 22). Il en est de même pour les démonstrations. Les mathématiques exigent, en maint endroit, un mode de raisonnement qui est autre que la déduction logique. Il consiste à généraliser avec force demonstrative le résultat d'une démonstration particulière... on appelle ce mode de démonstration raisonnement par récurrence... (p. 23), Ce raisonnement est une sorte d'induction apodictique. Il y a induction, car la démonstration porte ici tout d'abord sur le particulier, et la généralisation ne vient qu'après. Et l'induction est apodictique, puisqu'elle est étendue à tous les cas possibles... etc. » (p. 24). (*De l'idée de loi naturelle dans la science et la philosophie contemporaines*, Paris, 1895).

e dell'estrazione di radice, ad esempio, non acquistano interpretazione ascensiva o discensiva, diretta od inversa se non per convenzione psicologica.

Analogamente sarà comodo mantenere nelle formalità della scienza la terminologia delle operazioni dirette ed inverse; ma sarà sempre erroneo supporre che il processo logico (che è poi la deduzione) sia duplice: diretto ed inverso. La deduzione è una. I nomi possono essere infiniti. Ma simpatizzare coi nomi è cosa puerile.

14. Ci è impossibile negare che la prova della validità di un teorema si riduca all'applicazione deduttiva di una legge nota (postulati del numero) ad un caso particolare; non ci rimane che domandarci: che cosa significa quel campo di validità universale in cui si rende vero il particolare? Significa la posizione di una serie. Scoprire un teorema nuovo vuol dire scoprire una nuova serie particolare nella serie generale dei numeri. Tutte le serie particolari che sono valide, rientrano nella serie generale unica, ma non sono la medesima cosa; e la varietà delle serie regolari, non altera punto la loro certezza. L'aritmetica non è altro che un calcolo di serie. Quindi il problema più generale del calcolo si può enunciare così: data la serie generale dei numeri (le cui proprietà son definite dalle nozioni incluse nei postulati) trovare tutte le serie particolari che sono valide dentro di essa. La condizione necessaria e sufficiente per la validità delle serie particolari è sempre la stessa: ogni serie dev'essere vera per tutti i postulati del numero; e la regola di formazione d'ogni serie è unica: non contradire le condizioni dei postulati che costituiscono la ragione della serie.

15. Fin qui abbiamo consultato il vero scientifico, ascoltando la voce della critica: dobbiamo ora intendere anche la voce della speculazione pura in ordine al problema dell'origine e del valore teoretico dell'universale, che costituisce il problema capitale della filosofia.

Primo principio, per questo nobile intento, è che il concetto dell'universale è propriamente il concetto della legge, sia che si

tragga dai rapporti costanti delle idee, sia che si tragga dai rapporti costanti delle cose.

Benchè la formazione delle idee venga preceduta psicologicamente dalle intuizioni sensibili degli individui ed abbia mestieri delle operazioni della riflessione e della riproduzione, del paragone, dell'astrazione e della sintesi, tuttavia questo antefatto, che può anche essere frutto di un lavoro induttivo o di generalizzazione, non impedisce la natura e l'origine essenzialmente deduttiva degli universali, corrispondenti ai rapporti costanti (generi) così del pensiero come della realtà. Questa origine deduttiva ha luogo solo quando lo spirito, libero nella posizione dei suoi postulati e sicuro nell'uso dei suoi strumenti deduttivi di ricerca e di prova, premesso un sistema o sinopsi qualunque di relazioni fisiche o logiche (casi di osservazione o di riflessione) in cui entri una data quantità o proprietà, e avendo trovato di quali qualità o elementi essa è data indipendentemente (a mezzo della eliminazione) e di quali è funzione (a mezzo della risoluzione), conclude di necessità ponendo insieme, in una sola idea universale o concetto, tutti e solo gli elementi comuni a un dato ordine di enti, cioè ad una data serie reale o ideale. E così la natura dell'universale si immedesima colla natura della legge di quella serie che costituisce appunto il fondamento della sua necessità.

Di qui scende che l'idea universale non prende origine nè dalle sensazioni nè dagli individui, donde si spicca per una vera differenza qualitativa fondata sui caratteri di universalità e di necessità, ma dai rapporti costanti; in altri termini, che l'idea universale non è l'idea prima e l'antecedente d'ogni cognizione, ma un objetto nuovo, formato dall'intelletto coi modelli deduttivi e sul fondamento della natura e dello spirito, a meno che non si voglia confondere il prodotto della coscienza empirica primordiale, col prodotto della coscienza scientifica.

16. Ma questo principio ha bisogno di uno schiarimento.

Come e donde più precisamente si trae la legge? Pure ammettendo la distinzione comune fra il mondo esterno e l'interno, io sostengo che il processo di formazione delle leggi è uno solo: la deduzione. Solo è da avvertire che la deduzione prende due aspetti:

per le leggi fisiche è deduzione sperimentale e si riduce allo sperimento; per le leggi logiche è deduzione razionale e si riduce al calcolo.

Mezzo della prima è il modello; della seconda, l'equazione (1).

La prima ci pone di fronte alla necessità della natura; la seconda, alla necessità dello spirito.

Natura e spirito, oltre all'infinita varietà degli individui e delle sensazioni, presentano un'infinita varietà di rapporti costanti (generi, ordini, classi, serie, ecc.), e sono tanto poco sforniti di necessità che in moltissimi casi i loro due processi conducono alle medesime conseguenze. Anzi, l'intrinseca cognizione delle necessità si trova solo nella cognizione di questa, che si potrebbe dire *adaequatio necessitatis rei et intellectus*, per cui al rapporto costante della natura, corrisponde il rapporto costante del pensiero.

Qual sia poi il grado e il valore di tale corrispondenza, spetta solo alla teoria della conoscenza il dichiarare.

Si potrebbe esprimere lo stesso principio osservando che una legge fisica non è mai esclusivamente oggettiva (*in re*), così come una legge logica non è mai esclusivamente soggettiva (*in intellectu*).

Invero, le leggi siano fisiche, siano logiche, non sono più nè oggettive, nè soggettive: la loro natura e la loro validità universale le pongono al di sopra di queste separate e volgari considerazioni, e la scoperta della corrispondenza delle due necessità, scioglie finalmente il reale da ogni velo sensibile e ci fa ascendere al concetto dell'infinita verità.

17. Da questo punto di vista sintetico si possono criticare sommariamente tutte le teorie finora proposte sull'origine degli universali e superare le soluzioni esclusive del soggettivismo e dell'oggettivismo.

Il sistema di Platone rende impossibile ogni soluzione critica, perchè scioglie dogmaticamente il problema colla proposi-

(1) Equazione e sillogismo tornano ad uno.

zione mistica della vita anteriore. Il suo innatismo è dedotto dal nulla. Si prosegua il ragionamento di Platone; nessun filosofo avrebbe il diritto di mettere un limite alla libertà del sentimento e della fantasia. L'innatismo trascendentale di Platone è l'apologia di un'aberrazione mitica infinita. L'unico merito che gli rimanga è il riconoscimento del valore χωριστόν dell'idea e la considerazione dei generi nella realtà.

Il sistema di Aristotele, anche allorchè, negando la teoria della reminiscenza trascendentale, sale dal rozzo sensismo alle forme più elevate dell'intellettualismo per giustificare la presenza dei caratteri della necessità e dell'universalità delle idee, lungi dall'innalzarci all'interpretazione delle due necessità, ci induce a supporre che la sua mente sia ancora indecisa nella soluzione; anche allorquando attribuisce all'intelletto attivo la formazione dell'universale, invece di spiegare il lavoro compiuto da cotesto intelletto, resta nell'imbarazzo di un'affermazione inesplicabile.

I sistemi teosofici, gnostici, dommatici e patristici sono signoreggiati da una metafisica così insipida, vieta e iterativa che non aggiungono alcun contributo nuovo alla critica.

Il realismo della Scolastica sfugge arditamente all'idealismo dei soggettivisti; ma a qual patto? a patto di trasportare l'idealismo nel seno dell'oggettività e di sopprimere l'individuo.

Il nominalismo, nella sua dotta ignoranza, risolve la scienza in una chimera; quando Roscelino sentenzia che il genere non è che una parola, *flatus vocis*, gli nega il fatto incontestabile della necessità e sopprime la legge.

Il concettualismo si propose, è vero, di trovare una soluzione eclettica, capace di spiegare l'individuo e il genere, la sensazione e l'idea, ma restò impotente nella sua impresa, perchè confuse l'universale colla totalità dei particolari, il genere colla collezione degli individui, mentre si sa che il genere non aumenta nè diminuisce quando aumentano o diminuiscono gli individui che esso denota.

Il sistema di Cartesio, benchè riduca tutte le proprietà degli spiriti al pensiero, tutte le proprietà dei corpi alla estensione, e quindi ammetta che i due ordini di fatti si svolgono in

corrispondenza occasionale l'uno coll'altro e infine, concentrando i suoi sforzi nella dimostrazione della necessità matematica, non si sgomenti al pensiero di spiegare tutti i fenomeni esterni secondo le pure leggi della meccanica e ridurre la fisica alla matematica, tuttavia in primo luogo, non si sottrae all'errore di trattare i reali come essenze astratte; in secondo luogo, distinguendo dogmaticamente tre sorta di idee nel nostro pensiero — innate, avventizie e fattizie — e ponendo come la più perfetta di tutte l'idea innata di Dio, che egli considera come la sola sostanza creante il mondo continuamente, invece di risolvere in modo nuovo la questione dell'origine delle idee, non fa che riprodurre una ipotesi infeconda.

Il sistema di Geulinx, esplicando l'occasionalismo innato di Cartesio, giunge a più maturo concetto della corrispondenza fra gli spiriti (ordine delle idee) e i corpi (ordine delle cose), ma, negata la possibilità di qualsiasi azione reciproca e pure ammessa la relazione fra i due ordini, secondo il celebre paragone dei due orologi i quali possono perfettamente accordars pure essendo indipendenti l'uno dall'altro, sulla questione della origine delle idee, conduce al più sfrenato misticismo, annullando gli spiriti in Dio.

Il sistema di Malebranche, sempre più sviluppando il panteismo e l'occasionalismo implicito di Cartesio, sfiora anch'esso una parte della verità col principio dell'armonia occasionale, ma invece di sgombrarsi il campo, s'ingolfa del parii nella teoria semplicistica della visione ideale, annullando i corpi in Dio.

Il sistema di Spinoza si eleva al meraviglioso concetto dell'identità dell'ordine delle cose e dell'ordine delle idee — *ordo ac connexio rerum idem est ac ordo et connexio idearum* — cioè identifica la logica del pensiero colla logica della natura, mostra la necessità là dove essa appare realmente, cioè nella duplice faccia della sostanza universale, contempla tutto il reale dal punto di vista dell'infinità, della legge, della deduzione; ma, rapito dall'ideale esclusivo di una deduzione *a priori*, non penetra tutto il processo con cui si forma l'universale, non capisce la natura ed il valore logico dello sperimento, perchè

non capisce bastantemente la funzione e il valore dei modi della sostanza. Insomma, la natura naturante e la natura naturata solo gratuitamente s'adeguano fra loro pel dogmatismo arbitrario della metafisica.

Il sistema di Leibniz riafferra esso pure il concetto dell'armonia fra l'anima e il corpo, ma la negazione d'ogni influenza reciproca, il pregiudizio di quell'io monadico in sè che vede dentro sè l'universo e d'ogni monade semplice indivisibile incomunicabile prestabilita allo stesso lavoro per tutto l'universo, che ora è il corpo o il dominato e fa l'uno, ora è l'elemento del corpo o il dominato e fa il multiplo, infine l'oblio perfetto del metodo sperimentale non ci consentono di seguirlo nella sua corsa trasmondana, intesa a cercare in Dio la soluzione che gli sfugge continuamente su questa terra. E benchè in vero si meriti uno dei posti più notevoli nella storia del problema dell'origine delle idee, perchè, colla sua celebre eccezione al principio dell'empirismo, sostiene che l'intelletto non associa meccanicamente le rappresentazioni ma secondo principj che trae da sè medesimo, benchè stabilisca un intimo rapporto fra le verità di fatto e le verità ideali e dichiari che queste ultime si svolgono colla pura analisi e col paragone delle nostre idee, tuttavia, con la ipotesi delle disposizioni o preformazioni virtuali, s'imprigiona inesorabilmente nell'innatismo.

Il sistema di Locke è straordinario nella sua penetrazione. Pochi filosofi superano il sensista di Bristol nella conoscenza chiara, franca e feconda dei caratteri delle idee universali; tuttavia la sua teoria sulla formazione degli universali compiuta dalla riflessione per mezzo dell'astrazione sui materiali primi offerti dalle sensazioni non fornisce già una prova, ma un indice; poi non si fonda abbastanza sul concetto della serie e della sua legge, versa sul piano di un processo prevalentemente psicologico, ignora la funzione deduttiva, euristica e provvisoria dei modelli e in fine non concepisce la corrispondenza della duplice necessità.

Il sistema di Berkeley, facendo corrispondere alle idee una causa unica e suprema, cioè Dio, il quale provvede che esse succedano nel nostro spirito secondo un ordine costante allo

scopo di regolare la nostra vita pratica, nega addirittura alle cose esterne ogni realtà, quindi, malgrado il suo idealismo empirico, si taglia fuori dalla scienza e non fornisce alcuno schiarimento utile sull'origine degli universali.

Il sistema di Hume, riguardando ogni cosa come accidentale, da un lato spoglia d'ogni carattere di necessità, di universalità e di razionalità così lo spirito come la materia, dall'altro ricostruisce scetticamente la scienza coll'abitudine, ma sull'origine delle idee non supera le deficienze e le objezioni già appuntate nel sistema di Locke.

Il sistema degli Scozzesi annaspa vanamente col semplicismo del senso comune, tentando non di risolvere ma di distruggere la difficoltà.

Il sistema di Condillac, sacrificando la riflessione lockiana, scende ancor più basso la scala delle conoscenze e col principio della sensazione trasformata offre un'uscita impossibile all'origine delle idee universali, impossibile al concetto del concetto.

Il sistema di Kant, riconoscendo i limiti e l'importanza dell'esperienza sensibile, rispetto all'origine delle idee universali, supera la posizione grossolana dell'empirismo puro e del sensismo, però ricasca nel vuoto delle idee *a priori* necessarie al giudizio, perchè, mentre da una parte afferma che lo spirito non può conoscere le cose in sè, dall'altra attribuisce dogmaticamente l'universalità e la necessità delle idee solo alle forme del soggetto. E così, non ponendo la correlazione tra le necessità dei due mondi, anzi imponendo le idee alle cose, in nessun caso si manifesta capace di scoprire le leggi dell'oggettività nè col calcolo nè collo sperimento. Laonde infine si chiude in un soggettivismo idealistico tanto scettico che pare una disperazione.

Il sistema dell'idealismo postkantiano, riprendendo il volo della metafisica, con Fichte esalta è vero la deduzione delle categorie ma, non riuscendo nè a identificare legittimamente il soggetto e l'oggetto, nè a dimostrare l'unificazione della duplice necessità, soffoca le idee universali nell'impotente solitudine del puro *io* e non varca i confini dell'ipotesi; con Schelling ora mantiene il parallelismo della serie naturale esterna e inconsapevole e della serie spirituale interna e consapevole, ora si pro-

pone di dominarlo col principio assoluto dell'identità degli opposti; ma procedendo in tutto dogmaticamente, non dissipa le ombre sull'origine delle idee, e invece di forzare l'assenso, s'avvolge nella mitologia, nella contemplazione estetica e nel misticismo; con Hegel s'innalza, è vero, alla composizione dialettica delle due necessità della natura e dello spirito in una sola ragione rivelantesi nella concettuale universalità di logo, natura e spirito, molto giustamente si propone il concetto del concetto e, ricollegandosi allo Spinoza, celebra il concetto filosofico supremo che ciò che è reale è razionale e ciò che è razionale è reale; ma poi, quando procede alla giustificazione, lungi dal dichiarare l'origine delle idee, l'oscura di mille doppj, lungi dal convincere stupisce, lungi dal dimostrare pontifica in nome di un idealismo assoluto che assorbe l'essere nell'idea, deforma l'esperienza, ignora l'esperimento, scambia l'artificio ternario della dialettica col processo deduttivo, s'interdice la possibilità delle scienze esatte, confonde insomma la sua pseudo-logica colla più intrepida metafisica.

Il sistema dell'associazionismo, riluttando al concetto del concetto e della duplice necessità, e volendo risalire alle sorgenti degli universali, suppone erroneamente che il processo psicologico dell'associazione possa garantire l'universalità e la necessità alle idee, mentre, fuori del processo logico, tale genesi diventa inesplicabile.

Il sistema dell'evoluzionismo, viziato dall'ipotesi dell'empirismo della specie, corrotto dall'ipotesi dell'innatismo dell'individuo, svela tutte le contradizioni di questi due principj esclusivi che non riesce nè a comporre nè a superare e non porta neppure sul terreno logico il problema dell'origine degli universali.

Il sistema del positivismo, prigioniero del principio dell'esperienza, contrastando il dominio della deduzione per esaltare il metodo induttivo, immola — suo malgrado — il calcolo e l'esperimento e così si interdice la conquista della verità.

Il sistema di Rosmini finalmente, ponendo l'idea dell'essere come l'unica forma originaria dell'umano intelletto, merita una considerazione maggiore perchè, più d'ogni altro, affronta il problema dell'origine delle idee. È noto che Rosmini, considerando

tutte le idee possedute dall'umano intelletto, distingue in esse due cose: l'essere indeterminato e le determinazioni o modi dell'essere. L'idea dell'essere indeterminato è innata ed essenziale, fornita di tutti i caratteri sublimi della sua natura e specialmente dell'universalità e della necessità; le altre idee determinate son formate dalla mente coll'applicazione dell'idea innata dell'essere, lume della ragione, elemento costitutivo ed essenziale di qualsiasi cognizione umana. L'idea poi di qualunque determinato oggetto consta di forma e di materia; quella è l'idea dell'ente, ed è fornita dall'intelletto, questa è una sensazione o un sentimento ed è data dal senso. Questi due elementi sono accoppiati nell'unità dell'idea. Ciò posto, siccome l'idea di numero, ad esempio, che è senza dubbio un universale, non si identifica coll'idea dell'essere indeterminato, in quale maniera, si domanda, questa idea prima potrà trasformarsi nell'idea di numero e quale sarà la natura propria di questa? La risposta non è difficile. La trasformazione si otterrà con l'applicazione dell'idea innata dell'essere al caso particolare del numero, e l'idea di numero sarà fornita d'una forma attinta all'idea innata dell'essere, e d'una materia attinta all'esperienza acquisita dei nostri sensi; vale a dire sarà indeterminata per la forma e sensibile per la materia. Ma bastano queste due proprietà per ucciderla senza rimedio. Infatti, tra l'idea dell'essere e l'idea del numero passa un abisso. Quella è innata, questa acquisita; quella indeterminata cioè il nulla di determinato, l'indeterminatissimo, questa determinata per eccellenza dal sistema delle sue note la cui affermazione simultanea ribadisce ancor di più la radicale differenza. Dunque non è vero che tutte le idee universali derivino dall'idea innata dell'essere indeterminato, come dalla comune sorgente d'ogni certezza. Date le premesse, nessuna alchimia intellettuale è capace di operare la transizione dall'idea dell'essere indeterminato all'idea della legge ben determinata ed acquisita, come si richiede dalla coscienza non infantile ma scientifica, rispondente alle esigenze superiori della speculazione; e chi confonde le due idee precipita nell'assurdo (1).

(1) Non entra nei confini di questa Nota, più dottrinale che espositiva,

Fin quì abbiamo esaminato sistemi storici singolarmente. Ricapitoliamo con un apprezzamento d'insieme, affinchè al desiderio della brevità non venga troppo sacrificata la chiarezza.

Per una parte adunque l'empirismo così sensistico come intellettualistico sentenzia che le idee generali di cui qui si tratta sono posteriori all'esperienza e generate da questa. Sopratutto gli empiristi recenti inglesi, colla teoria dell'associazione, sostengono che ciò avviene coll'operazione meccanica dell'associazione psicologica inseparabile e la questione pertanto è tutta ristretta sul terreno della psicologia. Per altra parte l'innatismo idealistico sentenzia che coteste idee universali sono anteriori all'esperienza e prodotte con la virtù dell'a priori. Infine lo spencerianismo tenta gettare un ponte di conciliazione tra le due opposte dottrine, sostenendo l'empirismo della specie e l'innatismo dell'individuo. I lettori potranno giudicare oramai che per nessuna di queste vie si può spiegare l'origine delle idee fornite di universalità e di necessità che si impiegano nella scienza. Invero, tanto il senso quanto l'intelletto non fanno altro che fornire la base psicologica necessaria all'avverarsi del processo logico, ma non sufficiente alla produzione specifica di questo. Le sole operazioni proprie necessarie e sufficienti sono le operazioni deduttive dello sperimento e del calcolo, le quali, pur valendosi dei dati dell'esperienza sensibile e intellettiva, sorpassano l'aspetto psicologico della questione per entrare nel campo

---

neppure l'accenno sommario alle forme più recenti dell'Indeterminismo. Ma è facile vedere che quasi tutta la critica sui limiti del sapere, mossa, ad esempio, dal Contingentismo, quando sostiene l'irreducibilità assoluta dei diversi ordini di leggi, quando continua a confondere il metodo induttivo col metodo sperimentale, quando continua a sostenere la differenza logica tra il metodo sperimentale e il metodo deduttivo, come se la logica matematica, la fisica matematica, la meccanica razionale e la teoria dei modelli (per non dir altro) fossero una fola, quando infine, confinata la conoscenza scientifica nell'uso e nel valore del simbolo pel simbolo, dogmatizza sulla superstite libertà, si perde nel vuoto. Ma qui non si pone in discussione l'importanza filosofica di tutto il sistema, la quale è senza dubbio grandissima. Degli altri sistemi contemporanei poi non è qui il luogo nè l'intento di saggiare il contributo e il valore, relativamente al problema che ci interessa.

puramente logico che solo è atto a conferire la necessità e l'universalità della verità scientifica ai suoi prodotti. Insomma, le controversie tra la priorità del senso e dell'intelletto, l'a posteriori e l'a priori, l'empirismo e l'innatismo, l'induzione e l'imaginazione, l'associazione meccanica dell'individuo, l'associazione ereditaria della specie e via dicendo, sono tutte fuor di luogo. Il principio è uno. Niente è affermabile come necessario ed universale che non sia dimostrabile col calcolo o coll'esperimento.

18. Riconosciuti gli inconvenienti dei principali sistemi finora escogitati sull'origine delle idee, dal punto di vista di un primo principio che sembra capace di superarli, si può fare un altro passo in ordine al problema dell'universale, stabilendo che la definizione del concetto di concetto è la definizione del concetto di infinito.

Si dirà: ma questo è assurdo; l'infinito non comporta definizione. Sta bene, ma si noti che qui si parla non della definizione di infinito, ma della definizione del concetto di infinito. L'infinito invero si può intendere in due sensi: primo, nella varietà degli individui e delle sensazioni cioè dei fatti; secondo, nell'unità dei generi e delle idee cioè dei rapporti costanti.

Pensando al primo significato cioè alla potenza di realizzare tutti gli individui che si vedono possibili dell'idea, la definizione dell'infinito resta un'espressione inintelligibile, perchè contraddittoria, come sarebbe dire: induzione matematica; pensando al secondo significato cioè al concetto di legge che comporta sempre un contenuto logico determinato e costante perchè serve come tipo di identificazione per tutti gli individui e le percezioni variabili la cui enumerazione può passare come fu detto ogni limite, la definizione si rivela non solo possibile ma necessaria (1). Ed è appunto in questo senso che va inteso il

(1) Donde segue che i così detti *concetti primi* d'ogni scienza non sono concetti veri e proprj, perchè non sono definiti nè definibili. I veri fondamenti concettuali delle scienze pure, quindi, non sono gli indefiniti o indefinibili, o enti primitivi e psicologici, ma gli enti definiti, cioè i concetti veri e proprj che versano nel campo della logica pura.

principio della definizione del concetto di infinito. Rigorosamente parlando adunque il concetto di concetto è il concetto di legge, e il concetto di legge si identifica col concetto di infinito. Per tal riguardo, concetto, legge, infinito, significano la stessa cosa. Così, posto il principio della corrispondenza delle due necessità, si capisce come l'infinito costituisca la caratteristica universale e necessaria del nostro pensiero e parimenti la caratteristica universale e necessaria della natura, in quanto la totalità della natura e del pensiero si concepisca sotto l'aspetto dell'infinito, una nella costante uniformità dei rapporti, varia nell'infinita serie dei particolari.

19. Concludendo, il pensiero, di fronte all'infinita varietà dei fatti (individui e sensazioni) e dei loro rapporti così nel mondo delle cose come nel mondo delle idee, vôlto a scoprire i rapporti costanti dei due mondi e ad indagare se sia possibile stabilire qualche corrispondenza fra la duplice necessità, inventa senza posa i suoi modelli, le sue imagini, i suoi simboli. La possibilità di questi modelli è infinita; il loro valore è semplicemente provvisorio e strumentale cioè euristico e si possono considerare come veri tutti gli infiniti modelli che sono obbedienti alle medesime leggi. Da questi modelli il pensiero, sempre per via deduttiva, o razionale o sperimentale, trae appunto le leggi dello spirito stesso o della natura che costituiscono ciò che v'ha di essenziale nelle infinite soluzioni equivalenti, poscia decide sulla questione della corrispondenza fra le due necessità, quindi si eleva al concetto supremo dell'infinita verità.

20. La natura pone la varietà degli individui e l'unità dei generi, lo spirito pone la varietà delle sensazioni e l'unità degli universali.

Ma il vario e l'uno non rappresentano che le due facce dell'infinito. L'infinito è la testa bifronte di Giano. Però ammirando la prodigiosa fecondità della natura, l'animo anche esulta per l'infinita potenza del pensiero, perchè, oltre del lato rivolto verso la varietà dei fatti, ha un altro lato rivolto verso l'unità delle leggi e da questo lato, siccome l'affermazione d'ogni con-

cetto è la posizione di un infinito, così si deduce che lo spirito è propriamente un creatore di infiniti, essendo un creatore di concetti, di leggi, di universali ed aspirando alla contemplazione dell'universale.

Questa posizione teoretica, secondo il nostro modo di vedere, ci permette di dominare tutta la logica dello spirito e della natura e si compie nella formola suprema dell'infinita verità che, essendo una nostra creazione, è in pari tempo tutto ciò che noi possiamo speculativamente sapere di noi stessi e dell'universo.

32155